



SB-3312

M. Com. (Part - I) Examination
March / April - 2011
Advanced Statistics : Paper - III
(Old Course)

Time : Hours]

[Total Marks : 70

સૂચના :

(૧)

નીચે દર્શાવેલ નિશાનીવાળી વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી.
Fillup strictly the details of signs on your answer book.

Name of the Examination :
M. Com. (Part - 1)

Name of the Subject :
Advanced Statistics : Paper - 3 (Old Course)

Subject Code No. : 3 3 1 2 Section No. (1, 2,.....): Nil

Seat No. :

Student's Signature

(૨) જમણી બાજુનાં અંક પૂરા ગુણ દર્શાવે છે.

(૩) હંમેશાં વપરાતાં સંકેતોનો ઉપયોગ કર્યો છે.

૧ (અ) બે વસ્તુઓ x_1 અને x_2 નું તુષ્ટિગુણ વિધેય $U = x_1 x_2$ છે. જો ગ્રાહકનું બજેટ સમીકરણ $y = x_1 p_1 + x_2 p_2$ હોય તો x_1 અને x_2 નાં માંગ વિધેય p_1, p_2 અને y નાં રૂપમાં મેળવો અને તેમની આવક અને મૂલ્ય સાપેક્ષતા શોધો. ૮

(બ) ઉત્પાદન વિધેય $z = 10 - x_1^{-1} - x_2^{-1}$ માટે નિક્ષેપ x_1 અને x_2 ની એકમદીઠ કિંમત $P_1 = 4$ અને $P_2 = 1$ છે. Z ની એકમદીઠ કિંમત $P = 9$ હોય તો ઉત્પાદકનો મહત્તમ નફો શોધો. ૬

અથવા

૧ (અ) (૧) કોબ ડગ્લાસ વિધેય સમજાવો અને તેના ગુણધર્મો લખો. ૪

(૨) લિઓનટીફની સંવૃત પદ્ધતિ સમજાવો. ૪

(બ) નીચેના ઉત્પાદન વિધેયો માટે નિક્ષેપ અવેજીનો સીમાન્ત દર મેળવો અને આ દર ધન છે કે કેમ તે નક્કી કરો. ૬

(૧) $q = A(x_1 + 1)^\alpha (x_2 + 1)^\beta$, $\alpha > 0, \beta > 0, A > 0$

(૨) $q = 100(x_1 + x_2) + 20x_1x_2 - 12.5(x_1^2 + x_2^2)$, $x_1 > 0, x_2 > 0$

૨ (અ) (૧) અવેજીની અચલ મૂલ્ય સાપેક્ષતાનું વિધેય સમજાવો. ૪

(૨) અવેજી સાપેક્ષતાના ગુણધર્મો જણાવો. ૪

(બ) નીચેના ઉત્પાદન વિધેયો સમઘાત છે કે કેમ તે નક્કી કરો અને જો હોય તો તેમની ઘાત જણાવો. ૬

(૧) $q = Ax_1^\alpha x_2^\beta$

(૨) $q = \frac{2Hx_1x_2 - Ax_1^2 - Bx_2^2}{Cx_1 + Dx_2}$

(૩) $q = \sqrt{2Hx_1x_2 - Ax_1^2 - Bx_2^2}$

અથવા

૨ (અ) ઉત્પાદન વિધેય $q = Ax_1^\alpha x_2^\beta$ માટે અવેજીની સાપેક્ષતા 1 છે એમ બતાવો. ૮

(બ) જો ઉત્પાદન વિધેય $q = 100(x_1 + x_2) + 20x_1x_2 - 12.5(x_1^2 + x_2^2)$ હોય અને નિક્ષેપ અવેજીનો દર $r = 2$ હોય તો x_1 અને x_2 સમીકરણ $13x_1 + 14x_2 = 20$ નું સમાધાન કરે છે એમ બતાવો. ૬

૩ (અ) શ્રેણીગત સહસંબંધ એટલે શું? યદ્યપિ $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_n$ વાળા આકસ્મિક ૭

શ્રેણીમાંથી (જેમાં $E(\epsilon_t) = 0$ અને $E(\epsilon_t, \epsilon_s) = 0, t \neq s$) w_1, w_2, \dots, w_m

ભારવાળી ચલિત સરેરાશથી શ્રેણી $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_{n-m+1}$ મેળવવામાં આવે છે. આ શ્રેણી માટે K ક્રમનો શ્રેણીગત સહસંબંધાંક મેળવો.

(બ) સમીકરણ $U_{t+2} + aU_{t+1} + bU_t = \epsilon_{t+2}$ દ્વારા વ્યાખ્યાયિત દ્વિતીય કક્ષાની ૭

સ્વનિયત સંબંધ શ્રેણીનાં અચળાંકો a અને b ની કિંમત શ્રેણીગત સહસંબંધાંકોના રૂપમાં મેળવો. તેમજ આ દ્વિતીય કક્ષાની સ્વનિયત સંબંધ શ્રેણીના શ્રેણીગત સહસંબંધાંક $r_1 = 0.6$ અને $r_2 = -0.15$ હોય તો અચળાંકો a અને b ની કિંમત શોધો.

અથવા

૩ (અ) દોલનશીલ શ્રેણીના ઉદ્ભવના કારણો જણાવો. જો સમીકરણ ૮

$U_{t+2} + aU_{t+1} + bU_t = \varepsilon_{t+2}$ દ્વારા વ્યાખ્યાયિત દ્વિતીય કક્ષાની સ્વનિયત સંબંધ શ્રેણીના પદોની સંખ્યા ઘણી મોટી હોય તો સાબિત કરો કે,

$$\frac{V(U_t)}{V(\varepsilon_t)} = \frac{1+b}{(1-b)\{(1+b)^2 - a^2\}}$$

(બ) આવર્તિતા વક્ર પૃથ્થકરણ એટલે શું? આવર્તિતા વક્ર અને સહસંબંધાંક આલેખ વચ્ચેનો સંબંધ મેળવો. ૬

૪ (અ) સામયિક શ્રેણીનું $\{U_t : t=1, 2, \dots, n\}$ નું પદ $U_t = A \sin \frac{2\pi t}{w} + \varepsilon_t$ છે. જ્યાં ૮

ε_t શૂન્ય મધ્યક અને સમાન વિચરણ σ^2 ધરાવતો અસહસંબંધિત યાદચ્છિક ચલ છે. જો $E(U_t) = 0$ હોય તો બતાવો કે શ્રેણી $\{U_t\}$ નો K-કક્ષાનો

શ્રેણીગત સહસંબંધાંક $\rho_K = a \cos \frac{2\pi k}{w}$ છે અને ρ_K વિરુદ્ધનો K નો

સહસંબંધાંક લેખ એક સાઈનુ સોઈડલ (Sinusoidal) આલેખ છે.

(બ) ઓળખનો પ્રશ્ન વિસ્તૃત રીતે ઉદાહરણ સહિત સમજાવો. ૬

અથવા

૪ (અ) સતત શ્રેણી (સ્વ-સંબંધ વિધેય) વિશે સમજ આપો. (ઉદાહરણ સાથે) ૭

(બ) વ્યાપક ન્યૂનતમ વર્ગ પદ્ધતિ સમજાવો તથા એયટકિનનું પ્રમેય લખો. ૭

૫ વ્યાપક સુરેખ મોડેલનાં ત્રુટિપદો વચ્ચે સહસંબંધ પ્રવર્તે છે તે કઈ રીતે સુનિશ્ચિત ૧૪ કરી શકાય તે સમજાવો. ત્રુટિપદો વચ્ચે સ્વસહસંબંધ કયા કારણોસર ઉદ્ભવે છે તે સમજાવો. ત્રુટિપદો વચ્ચે સહસંબંધ પ્રવર્તે છે તેનું પરીક્ષણ કરવા માટેનું ડર્બિન-વોટસન પરીક્ષણ વર્ણવો અને આ પરીક્ષણની મર્યાદાઓ જણાવો.

અથવા

- ૫ (અ) આંતર સહસંબંધ એટલે શું ? નિયત સંબંધ સમીકરણ $y_t = \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + c_t$ ૮
જ્યાં દરેક ચલ તેનાં મધ્યકને કેન્દ્ર તરીકે લઈને માપવામાં આવેલા છે. આંતર
સંબંધને લીધે ન્યૂનતમ વર્ગની રીત કેમ ઉપયોગી નથી તે સમજાવો.
- (બ) એક ત્રિચલ વિતરણમાં જો $\sigma_1=2, \sigma_2=3, \sigma_3=3, \rho_{12}=0.7, \rho_{23}=0.5, \rho_{13}=0.5$ ૬
છે તો
(૧) $\rho_{23.1}$, (૨) $R_{1(23)}$, (૩) $\beta_{12.3}$ (૪) $\beta_{13.2}$ શોધો.

ENGLISH VERSION

- Instructions :** (1) As per the instruction no. 1 of page no. 1.
(2) Figures to the **right** indicate **full** marks of the questions.
(3) Usual notations are used.
- 1 (a) The utility function of two commodities x_1 and x_2 is 8
 $U = x_1 x_2$. If the budget equation is $y = x_1 p_1 + x_2 p_2$ then
obtain the demand function x_1 and x_2 in the form of p_1
and p_2 and y . Also obtain their revenue and price
elasticity.
- (b) The price per unit of the inputs x_1 and x_2 is $P_1=4$ 6
and $P_2=1$ for the production function $Z = 10 - x_1^{-1} - x_2^{-1}$. If
the price per unit of Z is $P = 9$ then obtain the maximum
profit for the producer.

OR

- 1 (a) (1) Explain Cobb-Douglas production function. Also state its properties. 4
- (2) Explain the Leontief's closed method. 4
- (b) Obtain the marginal rate of input substitution for the following production function and decide this rate is positive or not. 6
- (1) $q = A(x_1 + 1)^\alpha (x_2 + 1)^\beta$, $\alpha > 0, \beta > 0, A > 0$
- (2) $q = 100(x_1 + x_2) + 20x_1x_2 - 12.5(x_1^2 + x_2^2)$, $x_1 > 0, x_2 > 0$
- 2 (a) (1) Explain the constant elasticity of substitution function. 4
- (2) State the properties of elasticity of substitution. 4
- (b) Decide whether the following production functions are Homogeneous functions or not. If yes, state their power. 6
- (1) $q = Ax_1^\alpha x_2^\beta$
- (2) $q = \frac{2Hx_1x_2 - Ax_1^2 - Bx_2^2}{Cx_1 + Dx_2}$
- (3) $q = \sqrt{2Hx_1x_2 - Ax_1^2 - Bx_2^2}$

OR

- 2 (a) For the production function $q = Ax_1^\alpha x_2^\beta$, prove that the elasticity of substitution is 1. 8
- (b) If the production function is 6
- $q = 100(x_1 + x_2) + 20x_1x_2 - 12.5(x_1^2 + x_2^2)$ and if input substitution rate $r = 2$, then show that x_1 and x_2 satisfy the equation $13x_1 + 14x_2 = 20$.

- 3 (a) What is serial correlation ? From the random series 7
 having random term $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_n$ (in with $E(\epsilon_t) = 0$ and
 $E(\epsilon_1, \epsilon_2) = 0, t \neq s$) the series $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_{n-m+1}$ is
 obtained with the weighted moving average
 w_1, w_2, \dots, w_m . Obtain k -stage serial coefficient of
 correlation.
- (b) Obtain the constants a and b of second order 7
 autoregressive series in the form of serial coefficient of
 correlation which is defined by the equation
 $U_{t+2} + aU_{t+1} + bU_t = \epsilon_{t+2}$ and if the coefficient of
 correlations of autoregressive series are $r_1 = 0.6$ and
 $r_2 = -0.15$ then find the value of a and b .

OR

- 3 (a) State the causes for the happening of oscillatory time 8
 series. If the terms of second order autoregressive series
 are very large defined by the equation
 $U_{t+2} + aU_{t+1} + bU_t = \epsilon_{t+2}$ then prove that,

$$\frac{V(U_t)}{V(\epsilon_t)} = \frac{1+b}{(1-b)\{(1+b)^2 - a^2\}}$$

- (b) What is periodogram analysis ? Obtain the relation 6
 between the periodogram and correlogram.
- 4 (a) The term of the time series $\{U_t : t=1, 2, \dots, n\}$ is 8

$$U_t = A \sin \frac{2\pi t}{w} + \epsilon_t, \text{ where } \epsilon_t \text{ is uncorrelated random}$$

variable with mean zero and equal variance σ^2 . If
 $E(U_t) = 0$ then show that the serial coefficient of
 correlation of K^{th} order of the series $\{U_t\}$ is $\rho_K = a \cos \frac{2\pi k}{w}$

and the curve of correlation of ρ_K against K is sinusoidal.

- (b) Explain the problem of identification with illustration. 6

OR

- 4 (a) Explain the continuous series (auto-relation) with illustration. 7
- (b) Explain generalised least squares method. Also write the Aitken's theorem. 7
- 5 Explain how can we determine that there exists auto-correlation in the error terms of general linear model. Explain how can auto-correlation happen between error terms. Explain Durbin-Watson test to test that there exists auto-correlation between the error terms. Also state its limitations. 14

OR

- 5 (a) What is Mutli-Collinearity ? The regression equation is $y_t = \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + c_t$ where every variable is measured by taking mean as centre. Explain the method of least squares cannot be useful due to multi collinearity. 8
- (b) in a tri-variable distribution if $\sigma_1 = 2, \sigma_2 = 3, \sigma_3 = 3, \rho_{12} = 0.7, \rho_{23} = 0.5, \rho_{13} = 0.5$ then find the value of $\rho_{23.1}, R_{1(23)}, \beta_{12.3}$ and $\beta_{13.2}$. 6